

Vom Sigma-Intervall über das Prognose-Intervall zum Konfidenz-Intervall:

Ausgang: $\mu = n \cdot p$ und $\sigma = \sqrt{np(1-p)} > 3 \Rightarrow$ Laplace-Bedingung erfüllt.

$$\mu - 1,96 \cdot \sigma \leq k \leq \mu + 1,96 \cdot \sigma \quad \text{Sigma-Intervall für 95\% Wahrsch.}$$

$$np - 1,96 \cdot \sqrt{np(1-p)} \leq k \leq np + 1,96 \cdot \sqrt{np(1-p)} \quad | : n \neq 0$$

$$p - 1,96 \cdot \frac{\sqrt{np(1-p)}}{n} \leq \frac{k}{n} \leq p + 1,96 \cdot \frac{\sqrt{np(1-p)}}{n}$$

$$p - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{np(1-p)}{n^2}} \leq \frac{k}{n} \leq p + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{np(1-p)}{n^2}}$$

$$p - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq \frac{k}{n} \leq p + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

absolute Häufigkeit $k \rightarrow$ relative Häufigkeit h mit $h = \frac{k}{n}$

$$p - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq h \leq p + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad \text{Prognose-Intervall}$$

Länge des Prognose-Intervalls:

$$2 \cdot 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2 \cdot 1,96 \cdot \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot 2 \cdot 1,96 \cdot \sqrt{p(1-p)}$$

Vervierfachung von $n \rightarrow$ Halbierung der Länge $\frac{1}{\sqrt{n}} - \text{Gesetz}$

weitere Umformung:

$$p - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq h \leq p + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad | - p$$

$$-1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq h - p \leq +1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad | \uparrow^2$$

$$1,96^2 \cdot \frac{p(1-p)}{n} \leq (h-p)^2 \leq 1,96^2 \cdot \frac{p(1-p)}{n}$$

$$(h-p)^2 = 1,96^2 \cdot \frac{p(1-p)}{n} \quad \text{Konfidenz-Intervall}$$

oder auch:

$$|h-p| = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Ab hier beide Lösungen für p oder h per TR oder per [Geogebra-App](#).