

Musteraufgabe

Fach:	Mathematik	Themen:	Synopse: Integration durch Substitution und Partielle Integration
Erstellt am:	19.01.2012	Jgst. / Kurs:	Leistungskurs 11
Lehrer:	C. Schmitt		

(1) Integration durch Substitution

$$F(x) = \int h(g(x)) \cdot g'(x) dx = H(g(x))$$

$$\int \frac{\ln(x)}{x} dx$$

$$g(x) = \ln(x) \quad g'(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(g(x)) = \ln(x)$$

$$h(g(x)) = g(x)$$

$$h(t) = t \quad H(t) = \frac{t^2}{2}$$

$$F(x) = \frac{(\ln(x))^2}{2} + C$$

Probe:

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{1}{2} \left(2 \ln(x) \cdot \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \ln(x)}{x} \\ &= \frac{2 \ln(x)}{2x} \\ &= \frac{\ln(x)}{x} = f(x) \end{aligned}$$

(2) Partielle Integration

$$F(x) = \int g(x) \cdot h'(x) dx = g(x) \cdot h(x) - \int g'(x) \cdot h(x) dx$$

$$\int \frac{\ln(x)}{x} dx$$

$$g(x) = \ln(x) \quad g'(x) = \frac{1}{x}$$

$$h'(x) = \frac{1}{x} \quad h(x) = \ln(x)$$

$$\int \frac{\ln(x)}{x} dx = (\ln(x)) \cdot \ln(x) - \int \frac{1}{x} \ln(x) dx \quad | + \int \frac{\ln(x)}{x} dx$$

$$2 \cdot \int \frac{\ln(x)}{x} dx = (\ln(x))^2 \quad | \div 2$$

$$\int \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{(\ln(x))^2}{2} + C = F(x)$$