

Name:

Themen:	Differenzialgleichungen (Untersuchung von Lösungen; Lösung durch Separation bzw. Richtungsfeld ; Anwendungen bei Tangenten und Normalen; beschränktes und logistisches Wachstum)
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	90 Minuten (2 Unterrichtsstunden)
Hilfsmittel:	WTR (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung.
Beachte:	a) Der Rechenweg muss bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte c) Schmierzettel werden nicht eingesammelt d) Zwei Formpunkte; insgesamt 54+2 Punkte

Aufgaben:

- 1) Entscheiden Sie begründet, welche der Funktionen $f_1(x) = 3e^x$; $f_2(x) = x^2$; $f_3(x) = 3e^{2x}$; $f_4(x) = 2e^{3x}$ die Differenzialgleichung $f'(x) = 2f(x)$ löst .
(2 Punkte)
-
- 2) In der Wüste von Dubai wird ein neuer Rennwagen getestet, der eine Spitzengeschwindigkeit von 468 Stundenkilometern fährt. Nach 3 Sekunden hat er bei optimalen Verhältnissen 100 Stundenkilometer erreicht.
- a) Warum passt hier das Modell des begrenzten Wachstums?
Ermitteln Sie anhand dieser Daten eine Funktionsgleichung, mit der sich die Geschwindigkeitsentwicklung des Wagens beschreiben lässt;
- b) Berechnen Sie, wann er 300 Stundenkilometer erreicht hat? Wann 400 Stundenkilometer?
- c) Zu welchem Zeitpunkt hat die erste Ableitung den Wert 10?
Erläutern Sie dies im Kontext.
- d) Eine Konkurrenzfirma hat einen Wagen gebaut, der eine Spitzengeschwindigkeit von 500 Stundenkilometern erreicht, die 100 Stundenkilometer allerdings erst nach 3,2 Sekunden fährt.
Ein Rennen wird ausgetragen, das 8 Sekunden dauert. Untersuchen Sie, welcher Wagen die höhere Geschwindigkeit erreicht.
(10 Punkte)
-
- 3) Ein neues Spielzeug für Kinder kommt auf den Markt. Die Zielgruppe wird auf 300.000 Kinder geschätzt. Der Kollege, der die Statistik über den Verkauf führt, ist anfangs krank. So beginnen die Beobachtungen erst, als schon 20.000 Spielzeuge verkauft wurden. Nach 4 Wochen sind es schon 48.000.
- a) Warum passt hier das Modell des logistischen Wachstums?
Ermitteln Sie anhand dieser Daten eine Wachstumsgleichung, mit der sich die Verkaufszahlen des Spielzeugs beschreiben lassen.
- b) Berechnen Sie wie viele Spielzeuge nach 4 Monaten verkauft worden sind?
- c) Aufgrund der schlechten Auftragslage hatte die Firma einen Kredit aufgenommen, der 2 Monate nach Beginn der Beobachtungen zurückgezahlt werden muss. Mit den ersten 10.000 Spielzeugen machte die Firma je 2€ Gewinn, mit allen nachfolgenden je 2,10€. War sie nach 2 Monaten in der Lage, den Kredit von 200.000€ zurückzubezahlen?
(10 Punkte)