<u>Lösung zu Aufgabe 6:</u> Berechnungen an einer regelmäßigen sechsseitigen Pyramide

a) $V=\frac{1}{3}G\cdot h$

$=\frac{1}{3}\cdot\left(6\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right)\cdot h$

$\Rightarrow V=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2\cdot h$

$M=6\cdot\frac{1}{2}a\cdot h'$

$\Rightarrow M=3\cdot a\cdot h'$

$O=G+M$

$=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2+3\cdot a\cdot h'$

$\Rightarrow O=\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2+3\cdot a\cdot h'$

b) s. Geogebra-Applet

c) Berechnung von Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt:

(1) <u>geg.:</u> $a=8m$; $h=110dm=11m$

<u>ges.:</u> M, O, V

<u>Lösung:</u>

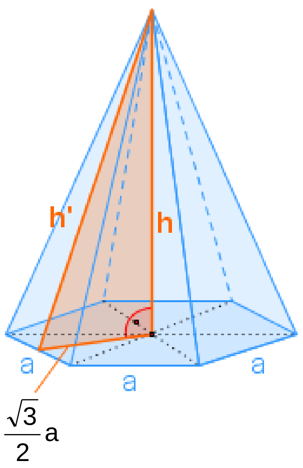
- Volumen: $V=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2\cdot h=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 64m^2\cdot 11m=352\cdot\sqrt{3}\ m^3\approx 609{,}68m^3$

- Mantelflächeninhalt: *(hierzu benötigt man h')*

$$h'^2=h^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2=h^2+\frac{3}{4}a^2$$

$$\Rightarrow h'=\sqrt{h^2+\frac{3}{4}a^2}=\sqrt{(121+48)m^2}=13m$$

$$\Rightarrow M=3\cdot a\cdot h'=3\cdot 8m\cdot 13m=312m^2$$



- Oberflächeninhalt:

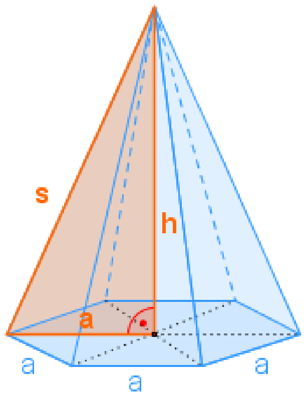
$$\Rightarrow O=\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2+3\cdot a\cdot h'$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot 64m^2+312m^2\approx 478{,}28m^2$$

(2) <u>geg.:</u> $s = 1{,}5\,dm = 15\,cm\ ;\quad h = 12\,cm$

<u>ges.:</u> M, O, V

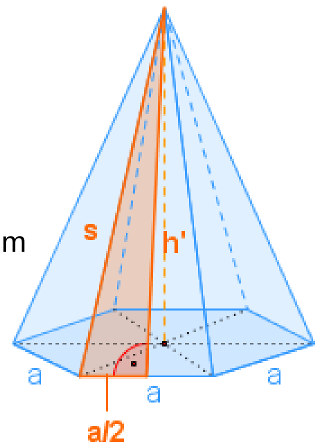
<u>Lösung:</u>



- Volumen:

$$a^2 = s^2 - h^2$$
$$= (225 - 144)cm^2 = 81cm^2 \qquad \Rightarrow a = 9cm$$

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 81cm^2 \cdot 12cm = 486 \cdot \sqrt{3}\ cm^3 \approx 841{,}78cm^3$$



- Mantelflächeninhalt:

1. Möglichkeit: $h' = \sqrt{h^2 + \frac{3}{4}a^2}$ (s. oben)

2. Möglichkeit: $h' = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{225 - \frac{81}{4}}\ cm = \sqrt{204{,}75}\ cm$

$$\Rightarrow M = 3 \cdot a \cdot h' = 3 \cdot 9cm \cdot \sqrt{204{,}75}\ cm = 386{,}35cm^2$$

- Oberflächeninhalt:

$$\Rightarrow O = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 + 3 \cdot a \cdot h'$$
$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 81cm^2 + 27 \cdot \sqrt{204{,}75}\ cm^2 \approx 596{,}79cm^2$$