

Fünf Schritte zum Beweis

Aussage lesen und verstehen

Situation zeichnen

Wissensbasis

Hilfslinien / Strategie finden

Rückschau

Lösungsvorschlag

Beweis der Eigenschaft der Winkelhalbierende

Liegt ein Punkt P auf der Winkelhalbierenden, dann sind die Abstände des Punktes P von den beiden Schenkeln gleich.

Es gilt $|PC| = |PD|$.

Beweisschritte:

Schritt 1 - Voraussetzung klären

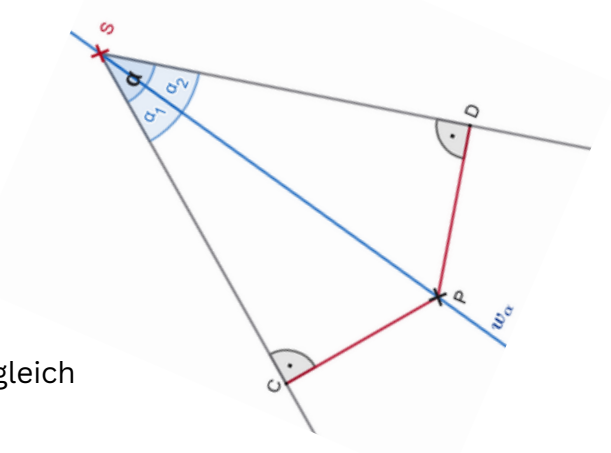
Gegeben:

- Die Winkelhalbierende teilt den Winkel in zwei gleich große Winkel
- P liegt auf der Winkelhalbierenden
- Von P werden Lote auf die Schenkel gefällt

Gesucht:

- Die Abstände von P zu beiden Schenkeln sind gleich

Schritt 2 - Situation zeichnen



Schritt 3 - Wissensbasis sammeln

- Farbliche Markierungen gleicher Strecken / gleicher Winkel siehe Schritt 2

Es gilt:

- $SP = SP$, da SP zu beiden Teildreiecken gehört.
- Winkel $CSP =$ Winkel DSP , da SP die Winkelhalbierende von α ist.
- Winkel $SCP =$ Winkel $SDP = 90^\circ$

Schritt 4 - Finde eine passende Strategie

- Mithilfe der Kongruenzsätze lässt sich zeigen, dass zwei Strecken gleich lang sind.

Die beiden Dreiecke stimmen in folgenden Punkten überein:

- eine gemeinsame Seite: $SP = SP$
- zwei gleiche Winkel

Die Dreiecke sind nach dem **Kongruenzsatz WSW** kongruent.

Schritt 5 - Rückschau

- Da die Dreiecke kongruent sind, gilt: $|PC| = |PD|$

Beweisidee (zusammengefasst):

Ein Punkt auf der Winkelhalbierenden erzeugt zwei kongruente Dreiecke.

Daher sind die Abstände zu den beiden Schenkeln gleich.