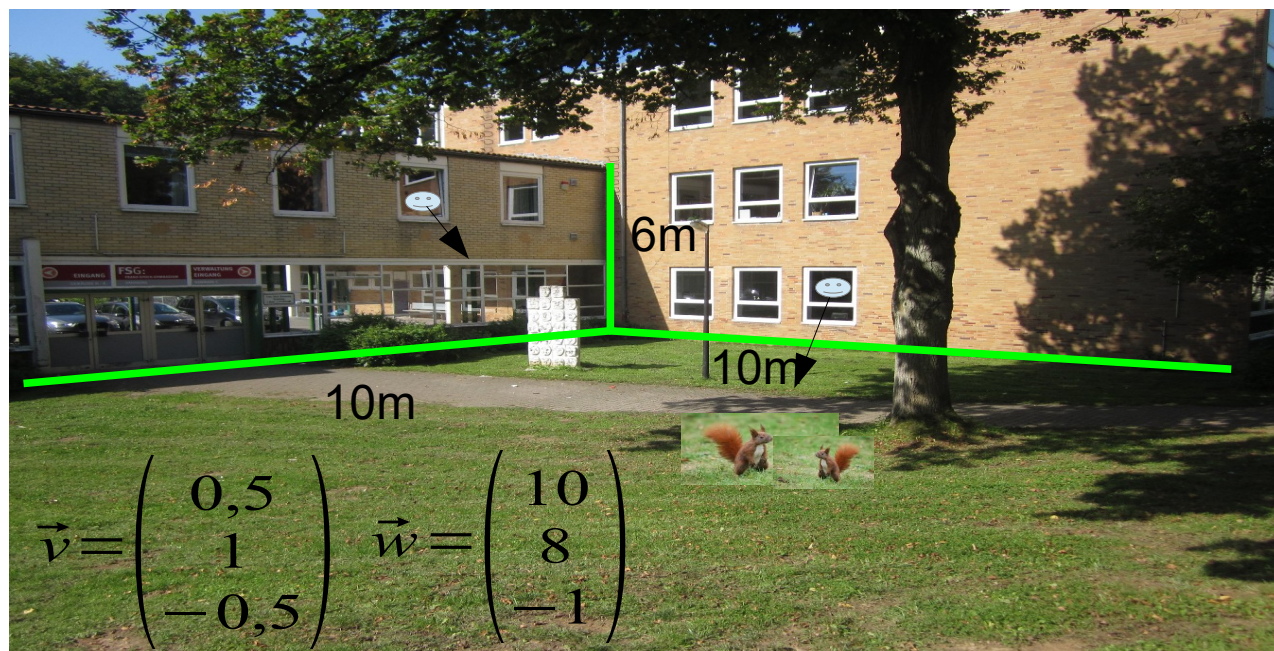


Auf diesem Arbeitsblatt findet ihr verschiedene Aufgaben zum Themenbereich Gegenseitige Lage von Geraden.



Maria, die Schulsani-Schülerin, ist im Erste Hilfe Raum und Karsten ist im Medienraum.

Aufgabe 1

Maria hat die Koordinaten M(3/0/5) und schaut in die Richtung $\vec{v}$. Karsten hat die Koordinaten K(0/4/1) und schaut in die Richtung $\vec{w}$. Untersuchen Sie die Blickrichtungen, ob beide das gleiche Eichhörnchen anschauen.

Aufgabe 2

Maria betrachtet das Baby-Eichhörnchen, dass mit $m : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix}$ modelliert/beschrieben

werden kann und Karsten das Mama-Eichhörnchen, dass mit $k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$

modelliert/beschrieben werden kann. Wo genau stehen beide Eichhörnchen? Wie muss die Geradengleichungen lauten, wenn das Baby-Eichhörnchen Maria anschaut und Mama-Eichhörnchen Karsten?

Aufgabe 3

Marias Blickrichtung kann man mit der folgenden Geradengleichung modellieren/beschreiben:

$$m: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix}. \text{ Geben Sie eine Geradengleichung für eine Gerade s (für Karsten) so an,}$$

dass beide das gleiche Eichhörnchen anschauen. Später hat Karsten im Augenwinkel eine Bewegung wahrgenommen, dadurch ändert sich seine Blickrichtung so, dass er nun in die selbe Richtung blickt wie Maria. Geben Sie die zugehörige Geradengleichung an (Geradengleichung p). Kurz darauf sieht er einen Vogel fliegen. Seine Blickrichtung ändert sich so, dass er nun in eine andere Richtung schaut als Maria (Geradengleichung w).

Aufgabe 4

Maria hat die Koordinaten $M(3/0/5)$ und schaut in die Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix}$. Karsten hat die

Koordinaten $K(0/4/1)$ mit der Blickrichtung $\vec{w} = \begin{pmatrix} 10 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$ für ein $a \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass Maria

und Karsten beide das gleiche Eichhörnchen anschauen. Bestimmen Sie a und den Standort des Eichhörnchens.

Möglicher Lösungsweg zu Aufgabe 1:

Aus den Informationen kann man die beiden Geradengleichungen m und k bestimmen:

$$m: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Auf Parallelität untersuchen:

$$\begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} \neq s \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Die Geraden sind windschief oder sie haben einen Schnittpunkt.}$$

Gleichsetzen der beiden Geradengleichungen:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} \stackrel{m=k}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} r = \frac{122}{9} \\ s = \frac{7}{9} \end{matrix} \rightarrow \text{eingesetzt in beide Gleichungen ergibt keine}$$

Lösung.

→ Maria und Karsten schauen nicht das gleiche Eichhörnchen an.

Möglicher Lösungsweg zu Aufgabe 2:

Kind und Mama Eichhörnchen stehen auf dem Boden. → $x_3 = 0$

Maria:

$$5 + t \cdot (-0,5) = 0 \rightarrow t = 10$$

$$m: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + 10 \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$e_B: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + 10 \cdot \begin{pmatrix} -0,5 \\ -1 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

Karsten:

$$1 - t = 0 \rightarrow t = 1$$

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$e_M: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Möglicher Lösungsweg zu Aufgabe 3:

$$m: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} \quad (\text{gegeben})$$

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{gleicher Stützvektor})$$

$$p: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix}, \quad (\text{gleicher Richtungsvektor})$$

$$w: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{Begründung})$$

Möglicher Lösungsweg zu Aufgabe 4:

Maria: $m: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix}$ und Karsten: $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4,4 \\ 0,8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$
 $m=k$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4,4 \\ 0,8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$r=10; s=\frac{4}{5} \text{ und } a=7$$

Einsetzen der Werte r, s und a in die Geradengleichungen erhält man einen Standort (Schnittpunkt) $S(8; 10; 0)$