

## Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 2

|                   |                                                                                                                                                                                   |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Thema:            | Weiterführung der Differenzial- und Integralrechnung, Kurvendiskussion für Exponential- und (nat.) Logarithmus Funktion, Rotationsvolumen, exp. Wachstumsvorgänge, Kurvenscharen. |
| Lehrer:           | C. Schmitt                                                                                                                                                                        |
| Bearbeitungszeit: | 135 Minuten                                                                                                                                                                       |
| Hilfsmittel:      | WTR (ohne Grafik; nicht programmierbar), Formelsammlung                                                                                                                           |
| Beachte:          | a) Wie vereinbart muss der Rechenweg bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein.<br>b) Zwei Formpunkte                                                                     |

### Aufgaben:

1) Es ist 
$$f(x) = \frac{2}{1 + e^x}$$

Untersuchen Sie die Funktion im Hinblick auf

- Symmetrie des Grafen
- Verhalten für  $x \rightarrow \infty$  und  $x \rightarrow -\infty$
- Gemeinsame Punkte von Graf und Koordinatenachsen
- Extrempunkte
- Wendepunkte
- Diskutieren Sie das Monotonieverhalten von  $f$
- Notieren Sie bitte Definitionsbereich  $ID_f$  und Wertebereich  $W_f$
- Zeichnen** Sie den Grafen
- Berechnen Sie die Gleichung der Tangenten an der Stelle  $x_0 = 0$  und zeichnen Sie die Tangente in Ihr Schaubild

(25 Punkte)

- 2) Die Fläche zwischen den Schaubildern von  $f$  und  $g$  über dem Intervall  $[a; b]$  rotiert um die  $x$ -Achse. Berechne den Inhalt des entstehenden Drehkörpers.

$$f(x) = x^2 + 1; \quad g(x) = \sqrt{x} \quad a=1; b=3.$$

*Hinweis: Skizze nicht vergessen!*

(10 Punkte)

3) Berechnen Sie bitte jeweils die Ableitung mit der Kettenregel:

a)  $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$

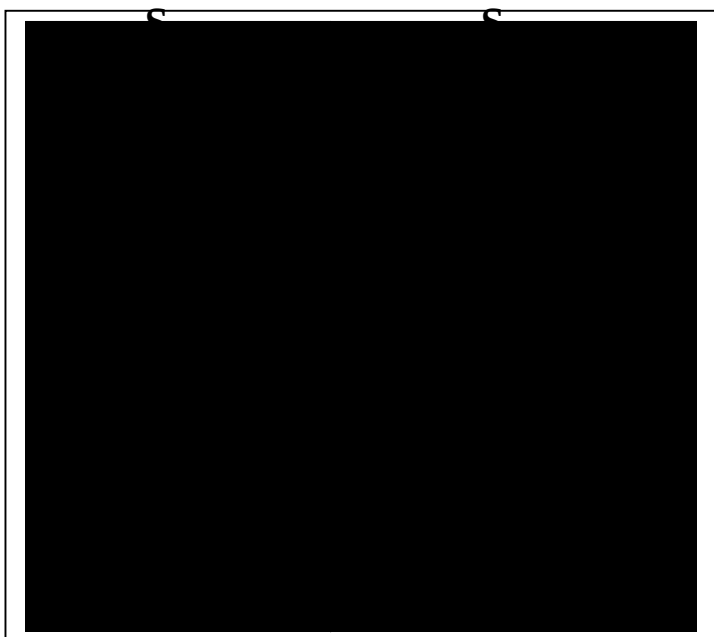
b)  $f(x) = \sqrt{2e^x + 3}$

c)  $f(x) = 3e^{x^2+4x+8}$

(9 Punkte)

4) Eine Kette hängt an zwei Haken; ihr Verlauf kann gut wiedergegeben werden durch die Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$



- a) Untersuchen Sie auf Symmetrie
- b) Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung und bestätigen Sie das Extremum.
- c) Berechnen Sie die Gleichung der Tangenten an der Stelle  $x_0 = 1$  (Sie können e stehen lassen; ein Zusatzpunkt für die Dezimalen).
- d) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-2}^2 f(x) dx$$

(10 Punkte)

5) Die Weltbevölkerung nimmt durchschnittlich jährlich um 1,6% zu. 1990 lebten ca. 4,9 Milliarden Menschen.

- a) Bestimmen Sie die Wachstumsfunktion.
- b) Berechnen Sie, wie viele Menschen voraussichtlich 2020 auf der Erde leben werden.
- c) Berechnen Sie exakt, bis wann sich die Weltbevölkerung verdoppelt.

(4 Punkte)

6) Diskutieren Sie die Kurvenschar  $f_t(x) = \ln(x) + \frac{t}{x}$  für  $t \geq 1$  und  $x > 0$

- a) vgl. Aufgabenstellung in Aufgabe 1a) bis g)
- b) Skizzieren Sie die Grafen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  und bestimmen Sie die Ortskurve der Extrema.

(35 Punkte)