Musterklausur für Leistungsnachweis Nr. 2

Themen:	Analytische Geometrie (Skalarprodukt; Parameter,-Koordinaten- und Normalen-Form; Schnitt-Punkte, -Geraden, -Winkel; Abstände. elementargeometrische Beweise mithilfe des Skalarproduktes)
Lehrer:	C. Schmitt
Bearbeitungszeit:	180 Minuten (4 Unterrichtsstunden)
Hilfsmittel:	Taschenrechner **(WTR; also ohne Grafik; nicht programmierbar)**, Formelsammlung.
Beachte:	a) Der Rechenweg muss bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein. b) Zwei Formpunkte

Aufgaben:

1) Gegeben sind der Punkt P mit P(1| 3| -5) und die Ebene E mit E: $3x_1 - 4x_2 + x_3 = 10$.

a) Geben Sie eine Normalendarstellung der Ebene E an. (2 P)
b) Ermitteln Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E . (2 P)
c) Zeigen Sie, dass P kein Punkt der Ebene E ist. Bestimmen Sie eine Ebene F (in Koordinatendarstellung), die parallel zu E ist und durch P verläuft. (3 P)
d) Berechnen Sie den Abstand der beiden Ebenen E und F. (3 P)
e) Der Punkt P wird an der Ebene E gespiegelt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes P'. (3 P)
f) Bestimmen Sie die Spurgeraden und zeichnen Sie einen Ausschnitt der Ebene E. (5 P)

2) Gegeben sind die Punkte A(2| -4| 4), B(5| 1| 8) und C(8| -4| 12).

a) Geben Sie für die Ebene durch A, B, C eine Parameterdarstellung und eine Normalendarstellung an (Lösungshinweis: $E_1 : 8x_1 - 6x_3 = -8$). (6 P)
b) Zeigen Sie, dass D(5| -9| 8) ebenfalls in der Ebene E_1 liegt und mit A, B und C die Eckpunkte eines Quadrates bildet. (9 P)
c) Berechnen Sie den Flächeninhalt. (1 P)

3)

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad E_2 : x_1 + x_2 + x_3 - 5 = 0$$

a) Zeigen Sie, dass diese Ebenen sich schneiden; prüfen Sie, ob sie sogar orthogonal sind. (4 P)
b) Bestimmen Sie bitte die Schnittgerade und den Schnittwinkel. (7 P)

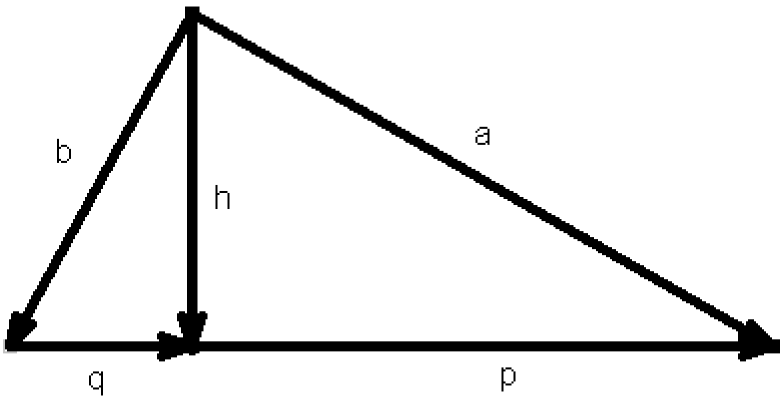
4) In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$, $k \in \Re$,

sowie die beiden Punkte A (2| 0| -8) und B (1| -1| -4) gegeben.

Zeigen Sie, dass die Punkte A und B auf einer zu g parallelen aber nicht identischen Geraden h liegen,
und bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden. (10 P)

---

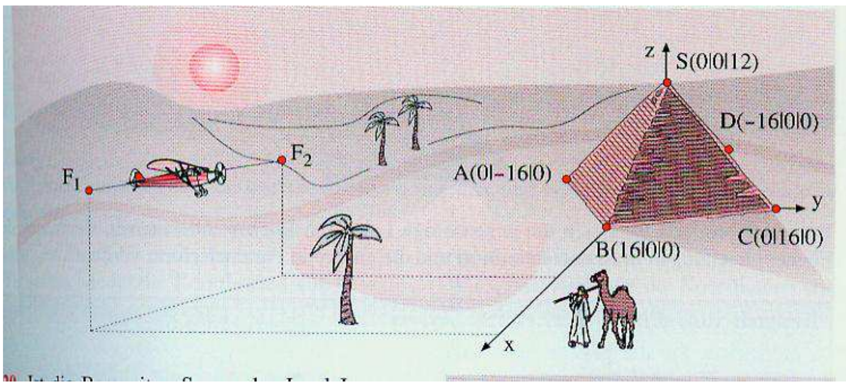
5)
Höhensatz: Für jedes rechtwinklige Dreieck gilt: Das Quadrat über der Höhe ist flächengleich zum Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten: $h^2 = p \cdot q$



Beweisen Sie bitte den Höhensatz mithilfe des Skalarproduktes.
(12 P)

---

6) Ein Flugzeug steuert auf die Cheops-Pyramide zu. Auf dem Radarschirm im Kontrollpunkt ist die Flugbahn durch die abgebildeten Punkte F_1 (56| -44| 15) und F_2 (48| -36| 14) erkennbar. Die Eckpunkte der Cheops-Pyramide sind ebenfalls auf dem Radarbild zu sehen. *(Alle Untersuchungen mit **<u>Vektor</u>**ansatz).*



a) Berechnen Sie das Volumen der Cheops-Pyramide. (6 P)
b) Entscheiden Sie, ob das Flugzeug mit der Pyramide kollidiert.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

(15 P)

($\sum$ 88 +2 Punkte)