Protokoll vom 13.12.2013
Thema: Partielle Integration
Von Philipp95

1.) **Besprechung der Hausaufgaben**: (S.28 A.1 b,d,f A 2 a,d A 4 a A 5 a A 8 b,c,d,e A 9)

Aufgabe1:

b.) $\ln(e^3) = 3$ d.) $\ln(\sqrt{e}) = \frac{1}{2}$ f.) $e^{\ln(4)} = 4$

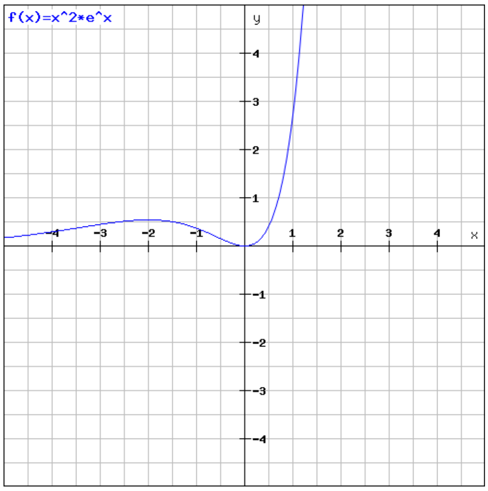
Aufgabe2:

a.) $e^x = 15$ $x \approx 2{,}71$

d.) $3e^{4x} = 16{,}2$ $x \approx 0{,}42$

Aufgabe4:

a.) $x^2 \cdot e^x = 2{,}5$ $x \approx 0{,}97$



Aufgabe5:

$e^{2\cdot\ln(2)} = \left(e^{\ln(2)}\right)^2 = 4$

Fehler: Es wurde Falsch ausgeklammert.

Aufgabe8:

b.) $0 = e^{2x} - 2e^x - 15$ $x \approx 1.61$

c.) $0 = e^{2x} + 12e^x - 7$ $x \approx -0{,}58$

d.) $0 = e^{2x} + 2e^x$ Hat keine Nullstellen e.) $0 = (x^2 - 6) \cdot (e^{2x} - 9)$ $x_1 = 1{,}1$ $x_2 = \sqrt{6}$

Aufgabe9: $\boldsymbol{h(t) = 0,02 \cdot e^{kt}}$

a.) $t = 0$ $h(0) = 0{,}02$

b.) $0{,}4 = 0{,}02 \cdot e^{6k}$ $k \approx 0{,}5$

c.) $h(t) = 0{,}02 \cdot e^{0{,}5 \cdot 9} = 1{,}8$ Die Pflanze ist 1,8m hoch

d.) $3 = 0{,}02 \cdot e^{0{,}5t}$ $t = 10{,}2$

f.) $\boldsymbol{h'(t) = 0,02k \cdot e^{kt}}$ $\boldsymbol{t \approx 9,2}$

g.) $\boldsymbol{k(t) = 3,5 - 8,2 \cdot e^{-0,175t}}$

$3 = 3{,}5 - 8{,}2 \cdot e^{-0.175t}$ $t \approx 15{,}99$

Partielle Integration

$\int(x \cdot e^{x})dx = ?$

Wir besprachen nun im Unterricht wie man Produkte von Funktionen integriert. Dabei haben wir eine Formel abgeleitet, die uns hilft, die Stammfunktion herauszufinden.

Herleitung der Formel: $f(x) = g(x) \cdot h(x)$

$$f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$$

$$\boldsymbol{f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x) \quad | \int(\,)dx}$$

$$\int \boldsymbol{f'(x)dx} = \int \left(\boldsymbol{g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)}\right)\boldsymbol{dx = g(x) \cdot h(x) = f(x)}$$

$$\boxed{\int (\boldsymbol{g'(x) \cdot h(x))dx = g(x) \cdot h(x)} - \int \boldsymbol{g(x) \cdot h'(x)}}$$

Diese Formel braucht man um die Stammfunktion von Produkten zu errechnen, man sollte jedoch die Werte für $g'(x)$und $h(x)$ einsetzen und auch strategisch nachdenken wie es am einfachsten wäre es zu lösen.

Beispiel 1: $\boldsymbol{f(x) = x \cdot e^x}$

$\boldsymbol{g'(x) = e^x}$	$\boldsymbol{g(x) = e^x}$
$\boldsymbol{h(x) = x}$	$\boldsymbol{h'(x) = 1}$

$$\int (e^x \cdot x)dx = e^x \cdot x - \int (e^x \cdot 1) = e^x x - e^x = e^x(x-1) = F(x)$$

Probe: $\underline{F'(x) = e^x \cdot (x-1) + e^x \cdot 1 = e^x \cdot x - e^x + e^x = e^x \cdot x = f(x)}$

Man sieht also, dass die Formel die richtige Stammfunktion ergibt.
Beim Rechnen sollte man jedoch auf zwei Sachen achtgeben:

1) Welchen Funktionsfaktor kann man gut ableiten

2) Welchen Funktionsfaktor kann man gut integrieren

Beispiel 2: $\boldsymbol{f(x) = x^2 \cdot \sin(x)}$

$\boldsymbol{g'(x) = sin\ (x)}$	$\boldsymbol{g(x) = -\cos(x)}$
$\boldsymbol{h(x) = x^2}$	$\boldsymbol{h'(x) = 2x}$

$$\int (x^2 \cdot \sin(x))dx = -cos\ (x) \cdot x^2 + \underline{\boldsymbol{\int (cos(x) \cdot 2x)dx}}$$

Da das markierte Integral noch zwei Variablen hat, muss man nochmals hier die Partielle Integration einsetzen.

$$\boldsymbol{\int (cos(x) \cdot 2x)dx = sin\ (x) \cdot 2x - \int (sin(x) \cdot 2)dx = 2x\ sin\ (x) + 2cos\ (x)}$$

Da wir nun die Stammfunktion des Markierten Integrals haben, können wir weiter rechnen.

$$\int (x^2 \cdot sin(x))dx = -cos\ (x) \cdot x^2 + \int (cos(x) \cdot 2x)dx = -x^2 \cos(x) + 2x \sin(x) + 2\cos(x)$$

$$\boldsymbol{F(x) = -x^2\, cos(x) + 2x\, sin(x) + 2cos(x)}$$

Man erkennt, dass die Formel der Partiellen Integration ein leichter weg ist, eine Stammfunktion zu errechnen. Sie hilft uns die die Stammfunktion heraus zu finden.

Hausaufgaben für den 18.12.2013:
Klapptests bearbeiten

Seite 74 A 1c,4c (5)
Seite 29 A 9e,g

Klausur mitbringen.