

Name:

Thema: Integralrechnung

Lehrer: C. Schmitt

Bearbeitungszeit: 135 Minuten (3 Unterrichtsstunden)

Hilfsmittel: WTR (**ohne Grafik; nicht programmierbar**),
Formelsammlung.

Beachte:

- a) Der Rechenweg muss bei allen Aufgabenstellungen nachvollziehbar sein.
- b) Schmierzettel werden nicht eingesammelt
- c) Zwei Formpunkte; insgesamt 87+**2** Punkte

Aufgaben:

1) Es ist $f(x) = \frac{2}{1 + e^{-x}}$

Untersuchen Sie die Funktion im Hinblick auf

- a) Symmetrie des Grafen
- b) Verhalten für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$
- c) Gemeinsame Punkte von Graf und Koordinatenachsen
- d) Extrempunkte
- e) Wendepunkte
- f) Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f
- g) **Zeichnen** Sie den Grafen von f (*ordentlich mit Bleistift*)
- h) Notieren Sie bitte Definitionsbereich D_f und Wertebereich W_f
- i) Berechnen Sie die Gleichung der Tangenten an der Stelle $x_0 = -2$ (*die Parameter als Dezimale angeben*) und fügen Sie die Tangente in das Schaubild von Aufg.1g) ein.

Zeigen Sie bitte u.a., dass gilt:

$$f''(x) = \frac{2e^{-x}(-1 + e^{-x})}{(1 + e^{-x})^3}$$

Bitte das Ergebnis nicht „erzwingen“;
auch hier müssen alle Schritte gut nachvollziehbar sein

(25 Punkte)

- 2) Berechnen Sie bitte jeweils die Ableitung mit der Kettenregel:

a) $f(x) = \left(5 - \frac{1}{x}\right)^3$

b) $f(x) = \sqrt{1 + (e^x)^2}$

(6 Punkte)

3) $f(x) = b + \sqrt{a^2 - x^2}$ $g(x) = b - \sqrt{a^2 - x^2}$

Die Fläche zwischen den Grafen von f und g über $[-a; a]$ rotiert um die x -Achse.

a) Berechnen Sie bitte den Rauminhalt des Drehkörpers.

Das Integral $\int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$ kann stehen bleiben und als ein Endergebnis interpretiert werden.

b) Diskutieren Sie, um welchen Drehkörper es sich handelt und welche Bedeutung die Parameter a und b haben; wie kann das Endergebnis für den Rauminhalt des Drehkörpers interpretiert werden?

(25 Punkte)

4) Von einem radioaktiven Präparat (4mg) gehen stündlich 5% verloren

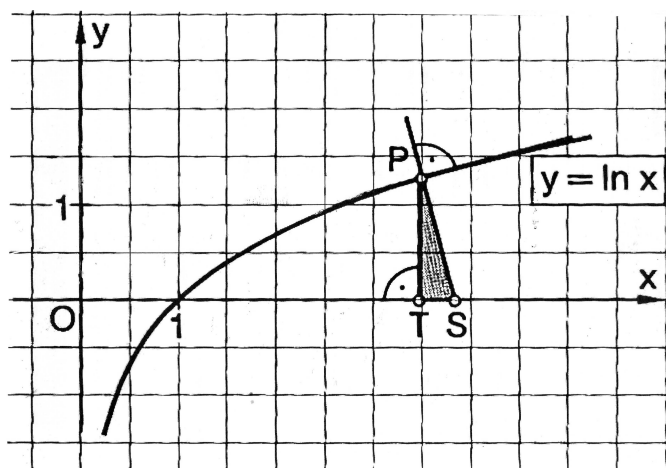
a) Bestimmen Sie die Zerfallsfunktion.

b) Berechnen Sie, wie viel mg des Stoffes nach einer Woche noch vorhanden sind

c) Berechnen Sie exakt, wann noch die Hälfte des Stoffes vorhanden ist

(6 Punkte)

5)



Die Normale in einem Punkte $P(u|v)$ des Grafen von $f(x) = \ln(x)$ schneide die x -Achse in S ; die Parallele zur y -Achse durch P schneide die x -Achse in T .

Berechnen Sie, für welchen Punkt P das Dreieck TSP den größten Flächeninhalt hat. Ermitteln Sie auch den maximalen Dreiecksinhalt.

(25 Punkte)

